

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να χαρακτηρίσετε Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:
- α.** Οι διχοτόμοι δύο διαδοχικών και παραπληρωματικών γωνιών σχηματίζουν ορθή γωνία.
 - β.** Οι διαγώνιες κάθε παραλληλογράμμου είναι ίσες μεταξύ τους.
 - γ.** Ένα τετράπλευρο που έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες είναι παραλληλόγραμμο.
 - δ.** Ρόμβος λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές ίσες μεταξύ τους.
 - ε.** Κάθε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει διαγώνιες που είναι ίσες μεταξύ τους.
 - στ.** Ορθόκентρο ενός τριγώνου ονομάζεται το σημείο τομής των διαμέσων του.

Μονάδες 12

- B.** Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα σε κύκλο ευθύγραμμα τμήματα που φέρονται από σημείο εκτός του κύκλου, είναι ίσα μεταξύ τους.

Μονάδες 13

Θέμα 2^ο

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$), προεκτείνουμε τη βάση του $B\Gamma$ κατά τμήματα $BD = \Gamma E$.

- A.** Να αποδείξετε ότι οι γωνίες ΔBA και $E\Gamma A$ είναι ίσες μεταξύ τους. Μονάδες 7
- B.** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔBA και $E\Gamma A$ είναι ίσα μεταξύ τους. Μονάδες 11
- Γ.** Να αποδείξετε ότι το σημείο A βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος ΔE . Μονάδες 7

Θέμα 3^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Από την κορυφή B φέρουμε την κάθετη προς την $A\Delta$ που τέμνει την $A\Delta$ στο H και την $A\Gamma$ στο E .

- A.** Να αποδείξετε ότι $BH = HE$ και $BH = AH$ Μονάδες 10
- B.** Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$ να αποδείξετε ότι:
- α.** $AB = M\Gamma$ και $\widehat{HB\Delta} = 15^\circ$ Μονάδες 10
 - β.** $\widehat{MH\Delta} = 45^\circ$ Μονάδες 5

Θέμα 4^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $A\Gamma > AB$, η διάμέσός του AZ και έστω Δ και E τα μέσα των πλευρών του AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Φέρουμε το ύψος AK και ονομάζουμε Θ το σημείο τομής των ΔE και AZ . Να αποδείξετε ότι:

- A.** Το τετράπλευρο $A\Delta ZE$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Μονάδες 6
- B.** Το τετράπλευρο ΔEZK είναι ισοσκελές τραπέζιο (θεωρείστε δεδομένο ότι οι ευθείες EZ και ΔK δεν είναι παράλληλες). Μονάδες 7
- Γ.** $A\Theta = \frac{E\Delta}{2}$ Μονάδες 6
- Δ.** $A\Theta = \frac{B\Gamma}{4}$ Μονάδες 6

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Δώστε τον ορισμό του παραλληλογράμμου. Μονάδες 5
- B.** Δείξτε ότι κάθε τετράπλευρο του οποίου οι διαγώνιοι διχοτομούνται είναι παραλληλόγραμμο. Μονάδες 10
- Γ.** Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος:
- α.** Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
- β.** Οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών είναι κάθετες.
- γ.** Δύο αμβλείες γωνίες, που έχουν τις πλευρές τους ή παράλληλες ή κάθετες, είναι ίσες.
- δ.** Σκαληνό λέγεται το τρίγωνο που έχει τρεις άνισες οξείες γωνίες.
- ε.** Το τετράπλευρο που έχει ίσες διαγώνιους είναι ορθογώνιο. Μονάδες 10

Θέμα 2^ο

Στις ίσες πλευρές AB και AG , ενός ισοσκελούς τριγώνου $ABΓ$ παίρνουμε σημεία Δ , E αντίστοιχα τέτοια, ώστε $A\Delta = AE$.

Φέρουμε την κάθετη στην AB στο σημείο Δ που τέμνει τη $BΓ$ στο σημείο H . Επίσης φέρουμε την κάθετο στην AG στο σημείο E που τέμνει τη $BΓ$ στο σημείο Z .

- A.** Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔBH , $EΓZ$. Μονάδες 13
- B.** Δείξτε ότι $ZB = ΗΓ$. Μονάδες 12

Θέμα 3^ο

Δίνεται τρίγωνο $ABΓ$ και K , Λ , M τα μέσα των πλευρών AB , $BΓ$, $ΓA$ αντίστοιχα.

- A.** Δείξτε ότι το τετράπλευρο $AK\Lambda M$ είναι παραλληλόγραμμο. Μονάδες 12
- B.** Φέρουμε τα τμήματα MB και MK που τέμνουν τη διάμεσο $A\Lambda$ στα σημεία Θ και I αντίστοιχα. Δείξτε ότι: $I\Theta = \frac{A\Lambda}{6}$. Μονάδες 13

Θέμα 4^ο

Έστω τρίγωνο $ABΓ$ με γωνία \widehat{B} διπλάσια της γωνίας $\widehat{\Gamma}$ και $B\Delta$ διχοτόμος. Από το μέσο E της AG φέρουμε παράλληλη στη $B\Delta$ που τέμνει τη $BΓ$ στο Z .

- A.** Αποδείξτε ότι το τρίγωνο ZEG είναι ισοσκελές. Μονάδες 8
- B.** Δείξτε ότι $\widehat{AZE} = \widehat{ZAE}$. Μονάδες 8
- Γ.** Αποδείξτε ότι AZ είναι ύψος του τριγώνου $ABΓ$. Μονάδες 9

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

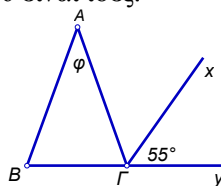
A. Να δώσετε τον ορισμό του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

Μονάδες 5

B. Να δείξετε ότι οι διαγώνιοι του ορθογωνίου είναι ίσες.

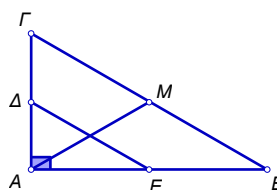
Μονάδες 10

Γ. Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = AG$
και Gx εξωτερική διχοτόμος της $\widehat{AG\Delta}$.
Να υπολογίσετε τη γωνία φ .



Μονάδες 5

Δ. Στο διπλανό σχήμα να δικαιολογή
σετε την ισότητα $AM = DE$, αν είναι
 $\widehat{A} = 90^\circ$, AM διάμεσος και Δ, E μέ-
σα των AG, AB αντίστοιχα.



Μονάδες 5

Θέμα 2^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABG ($\widehat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος του $B\Delta$. Από το Δ φέρουμε

$DE \perp BG$ που τέμνει την προέκτασή της AB στο Z . Να αποδείξετε ότι:

A. $A\Delta = \Delta E$

Μονάδες 7

B. $Z\Delta B = B\Delta G$

Μονάδες 8

Γ. Το τρίγωνο BGZ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 10

Θέμα 3^ο

Δίνεται τρίγωνο ABG με $\widehat{B} > \widehat{\Gamma}$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Να δείξετε ότι:

A. $\widehat{A\Delta\Gamma} - \widehat{A\Delta B} = \widehat{B} - \widehat{\Gamma}$

Μονάδες 12

B. $\widehat{A\Delta B} = 90^\circ - \frac{\widehat{B} - \widehat{\Gamma}}{2}$

Μονάδες 13

Θέμα 4^ο

Δίνεται το ισοσκελές τραπέζιο $ABG\Delta$ με $\widehat{\Gamma} = \widehat{\Delta} = 45^\circ$. Έστω EZ η διάμεσός του και AH το ύψος του. Από το Z φέρουμε παράλληλη στην $A\Delta$ που τέμνει τη $\Gamma\Delta$ στο Θ . Να δείξετε ότι:

A. Το $H\Theta ZE$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Μονάδες 10

B. $\widehat{\Theta Z\Gamma} = 90^\circ$

Μονάδες 7

Γ. $\Theta\Gamma = AH$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός (κάθε) τριγώνου είναι ίσο με 2 ορθές ή 180° . Μονάδες 12

B. Να γράψετε τον ορισμό του παραλληλογράμμου και του ρόμβου. Μονάδες 7

Γ. Για τις παρακάτω προτάσεις να σημειώσετε αν είναι Σωστές ή Λανθασμένες:

α. Αν οι διαγώνιοι ενός κυρτού τετραπλεύρου διχοτομούνται και είναι κάθετες τότε είναι τετράγωνο.

β. Το ύψος από κάθε κορυφή ισοσκελούς τριγώνου είναι διάμεσος και διχοτόμος.

γ. Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.

Μονάδες 6

Θέμα 2^ο

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, η βάση $AB = a$ και η $\Gamma\Delta = \frac{3}{2}a$, όπου a

γνωστό μήκος. Θεωρούμε τα E, Z, H μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma$ και ΔE αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι:

A. η $HZ = a$ Μονάδες 8

B. το τετράπλευρο $ABZH$ είναι παραλληλόγραμμο Μονάδες 8

Γ. Το τετράπλευρο $EBZH$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. Μονάδες 9

Θέμα 3^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), η $\hat{B} = 30^\circ$ και η κάθετος στο μέσο M της υποτείνουσας $B\Gamma$ που τέμνει την AB στο Δ . Να δείξετε ότι:

Να δείξετε ότι:

A. $M\Delta = A\Delta$ Μονάδες 15

B. $M\Delta = \frac{AB}{3}$ Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και στην προέκταση της διαγωνίου $B\Delta$ παίρνουμε τη $\Delta E = B\Delta$. Αν είναι Θ το μέσο του τμήματος $A\Delta$ και η προέκταση της $\Gamma\Delta$ τέμνει την AE στο H , να αποδείξετε ότι:

A. Το σημείο H είναι μέσο της AE . Μονάδες 7

B. Τα τρίγωνα $AH\Delta$ και $\Gamma\Delta\Theta$ είναι ίσα. Μονάδες 10

Γ. Η προέκταση της $\Gamma\Theta$ τέμνει κάθετα την AE στο I ($\Gamma I \perp AE$) Μονάδες 8

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι: Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται με 30° , τότε η απέναντι πλευρά του είναι το μισό της υποτείνουσας και αντίστροφα.

Μονάδες 15

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

α. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα με ίσες περιμέτρους είναι ίσα.

β. Αν οι διαγώνιες ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες, τότε είναι ορθογώνιο.

γ. Σε ορθογώνιο τρίγωνο το μέσο της υποτείνουσας ισαπέχει από τις κορυφές του.

δ. Αν ένας ρόμβος έχει ίσες διαγωνίους, τότε είναι τετράγωνο.

ε. Ένα τραπέζιο που έχει δύο οποιεσδήποτε γωνίες του ίσες έχει και τις διαγώνιες ίσες πάντα.

Μονάδες 10

Θέμα 2^ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και στις προεκτάσεις της $B\Gamma$ τα σημεία E, Z , τέτοια ώστε $BE = \Gamma Z$. Να αποδειχθεί ότι:

A. Το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 13

B. Τα τρίγωνα ABZ και $A\Gamma E$ είναι ίσα.

Μονάδες 12

Θέμα 3^ο

Έστω $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο και E, Z οι προβολές αντίστοιχα των A, B στη διαγώνιο ΔB .

A. Να αποδείξετε ότι $AE = \Gamma Z$.

Μονάδες 15

B. Να αποδείξετε ότι το $A\Gamma E Z$ είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{A} < 90^\circ$ και Δ, E, Z τα μέσα των πλευρών $B\Gamma, \Gamma A, AB$ αντίστοιχα.

Στο εξωτερικό του τριγώνου φέρνουμε τα τμήματα $ZH \perp AB$ με $ZH = \frac{AB}{2}$, $E\Theta \perp A\Gamma$ με

$E\Theta = \frac{A\Gamma}{2}$. Να αποδείξετε ότι:

A. Το $AZ\Delta E$ είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 5

B. $\Delta E = ZH$ και $\Delta Z = E\Theta$.

Μονάδες 5

Γ. $\widehat{\Delta ZH} = \widehat{\Delta E\Theta}$.

Μονάδες 8

Δ. Το τρίγωνο $H\Delta\Theta$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

A. Να αποδείξετε ότι:

Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο με την τρίτη πλευρά και ισούται με το μισό της. Μονάδες 15

B. Συμπληρώστε τις προτάσεις:

α. Το παραλληλόγραμμο που έχει μία γωνία ορθή λέγεται.....

β. Το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος λέγεται.....

γ. Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο η μία οξεία γωνία ισούται με 30° , τότε η
από αυτήν ισούται με.....

δ. Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέειτων μη παράλληλων πλευρών ενός τραpezίου το ονομάζουμε του τραpezίου. Μονάδες 10

Θέμα 2°

Οι γωνίες B και Δ τετραπλεύρου ABΓΔ είναι ορθές. Αν Κ και Λ είναι τα μέσα των διαγωνίων ΑΓ και ΒΔ, να δείξετε ότι:

A. $KB = \frac{A\Gamma}{2}$ Μονάδες 5

B. $K\Delta = \frac{A\Gamma}{2}$ Μονάδες 5

Γ. $K\Lambda \perp B\Delta$ Μονάδες 15

Θέμα 3°

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $AB < A\Gamma$, και έστω Μ το μέσο της πλευράς ΒΓ. Από την κορυφή Β φέρουμε την κάθετη στη διχοτόμο της ΑΔ, που τέμνει τη διχοτόμο αυτή στο Ε και την πλευρά ΑΓ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:

A. Το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές. Μονάδες 10

B. $Z\Gamma = A\Gamma - AB = \beta - \gamma$ Μονάδες 10

Γ. $ME = \frac{\beta - \gamma}{2}$ Μονάδες 5

Θέμα 4°

Στο τραpezίο ABΓΔ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ τα Ε, Ζ είναι μέσα των πλευρών ΓΔ και ΒΓ και ισχύει

$2AB = \Gamma\Delta = B\Gamma$. Να δείξετε ότι:

A. Το τετράπλευρο ABΕΔ είναι ορθογώνιο Μονάδες 7

B. Το τετράπλευρο ABΓΕ είναι παραλληλόγραμμο. Μονάδες 6

Γ. Η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι 60° . Μονάδες 6

Δ. Το τετράπλευρο ABZE είναι ισοσκελές τραpezίο. Μονάδες 6

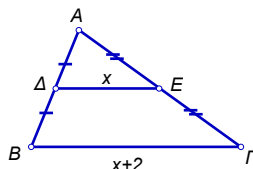
ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να αποδείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

Μονάδες 20

- B.** Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το x .



Μονάδες 5

Θέμα 2^ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Αν M είναι το μέσο της βάσης του $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

- A.** Το M ισαπέχει από τις ίσες πλευρές του τριγώνου. Μονάδες 12
- B.** Η AM είναι διχοτόμος της γωνίας που σχηματίζουν μεταξύ τους οι αποστάσεις του M από τις ίσες πλευρές AB και $A\Gamma$. Μονάδες 13

Θέμα 3^ο

Από το έγκεντρο I τριγώνου $AB\Gamma$ φέρουμε ευθεία παράλληλη της $B\Gamma$ που τέμνει τις πλευρές του AB και $A\Gamma$ στα σημεία Δ και E αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

$$\Delta E = B\Delta + \Gamma E$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και τα μέσα E, Z, H, Θ των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν ένα τραπέζιο είναι ισοσκελές τότε:

α. Οι γωνίες που πρόσκεινται σε μία βάση είναι ίσες Μονάδες 8

β. Οι διαγώνιοί του είναι ίσες. Μονάδες 7

B. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ):

α. Το σημείο τομής των διαμέσων ενός τριγώνου ΑΒΓ ισαπέχει από τις πλευρές του.

β. Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι 360° .

γ. Δύο διαδοχικές γωνίες ενός παραλληλογράμμου είναι οξείες.

δ. Στο παρακάτω σχήμα η γωνία $\omega = 78^\circ$.

ε. Κάθε παραλληλόγραμμο που μια γωνία του είναι ορθή είναι τετράγωνο.

Μονάδες 10

Θέμα 2^ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB < AG$ και $\hat{B} > 90^\circ$.

Προεκτείνω τη ΓΑ και παίρνω $AD = AB$ και τη ΒΑ και παίρνω $AE = AG$. Αν η ΕΔ προεκτεινόμενη τέμνει την προέκτασή της ΓΒ στο Κ, τότε να δείξετε ότι:

A. $\hat{ABG} = \hat{ADE}$ Μονάδες 12

B. $\hat{KGD} = \hat{KBE}$ Μονάδες 13

Θέμα 3^ο

Έστω ΑΒΓ ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 60^\circ$.

Έστω Βx διχοτόμος της γωνίας Β και η $\Gamma\Delta \perp Bx$ (Δ σημείο της Βx), να δείξετε:

A. $AB = \Gamma\Delta$

B. $\hat{O\Delta\Delta}$ ισοσκελές (Ο το σημείο τομής των ΑΓ και Βx)

Γ. ΑΒΓΔ ισοσκελές τραπέζιο.

Θέμα 4^ο

Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι $\hat{A} = 120^\circ$ και η διχοτόμος της γωνίας Δ τέμνει την ΑΒ στο μέσον Ε της ΑΒ. Να δείξετε ότι:

A. $AB = 2A\Delta$ Μονάδες 6

B. $\Delta E = 2AZ$ (όπου ΑΖ η κάθετη στη ΓΔ) Μονάδες 6

Γ. Αν Μ μέσο της ΓΔ δείξτε ότι το $\hat{A\Delta M}$ είναι ισόπλευρο Μονάδες 6

Δ. $\widehat{\Delta A\Gamma} = 90^\circ$ Μονάδες 7

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρνουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτεινουσας. Μονάδες 10
- B.** Ποια γωνία λέγεται επίκεντρη, ποια εγγεγραμμένη και ποια η σχέση μεταξύ τους όταν βαίνουν στο ίδιο τόξο; Μονάδες 7
- Γ.** Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των παρακάτω πινάκων:

Αν σε κυρτό τετράπλευρο οι διαγώνιοί του:		Είδος του τετραπλεύρου
A. τέμνονται κάθετα στο μέσον τους	ΕΙΝΑΙ	α. παραλληλόγραμμο
B. τέμνονται κάθετα στο μέσον τους και είναι ίσες		β. ορθογώνιο
Γ. τέμνονται στο μέσον τους		γ. τετράγωνο
Δ. τέμνονται στο μέσον τους και είναι ίσες		δ. ρόμβος
		ε. τραπέζιο

Μονάδες 8

Θέμα 2^ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και στις προεκτάσεις των BA , ΓA παίρνουμε σημεία Δ , E αντίστοιχα έτσι ώστε $A\Delta = A\Gamma$ και $AE = AB$. Αν οι ευθείες ΔE και ΓB τέμνονται στο M , να δείξετε ότι:

- A.** τα τρίγωνα $MB\Delta$ και $ME\Gamma$ είναι ίσα Μονάδες 9
- B.** η MA είναι διχοτόμος της γωνίας M Μονάδες 8
- Γ.** η MA είναι μεσοκάθετος του BE . Μονάδες 8

Θέμα 3^ο

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ , E πάνω στις πλευρές AB , ΓA αντίστοιχα ώστε $A\Delta = \Gamma E$. Αν οι BE , $\Gamma\Delta$ τέμνονται στο O , να δείξετε ότι:

- A.** οι γωνίες ΓBE , $A\Gamma\Delta$ είναι ίσες Μονάδες 12
- B.** $\widehat{BO\Gamma} = 120^\circ$ Μονάδες 13

Θέμα 4^ο

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με βάσεις AB , $\Gamma\Delta$. Αν οι διαγώνιες $A\Gamma$, $B\Delta$ τέμνονται κάθετα σ' ένα σημείο O και M , N είναι τα μέσα των βάσεων του AB , $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:

- A.** Τα σημεία M , O , N είναι συνευθειακά. Μονάδες 8
- B.** Αν $K\Lambda$ είναι η διάμεσος του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$ τότε $MN = K\Lambda$ και το $M\Lambda N K$ είναι ορθογώνιο. Μονάδες 10
- Γ.** Αν Z , H είναι τα μέσα των διαγωνίων $B\Delta$, $A\Gamma$ αντίστοιχα τότε το $MHNZ$ είναι παραλληλόγραμμο. Μονάδες 7

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να αποδείξετε ότι: «Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της».

Μονάδες 15

- B.** Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως Σ(σωστό) ή Λ(λάθος):

- α.** Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη, τότε σχηματίζουν τις εκτός και επί τα αυτά μέρη ίσες.
- β.** Το απόστημα μιας χορδής είναι η απόσταση του κέντρου του κύκλου από τη χορδή.
- γ.** Αν ένα τετράπλευρο έχει κάθετες διαγωνίους είναι ρόμβος.
- δ.** Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν μία πλευρά ίση και δύο γωνίες μία προς μία ίσες.
- ε.** Το σημείο τομής των διαμέσων σκαληνού τριγώνου είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου.

Μονάδες 10

Θέμα 2^ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στην προέκταση της βάσης του θεωρούμε τα σημεία Δ και E προς το μέρος των B και Γ αντίστοιχα έτσι ώστε $B\Delta = \Gamma E$.

Να δείξετε ότι:

- A.** $A\Delta = AE$

Μονάδες 13

- B.** Αν $BZ \perp A\Delta$ και $\Gamma H \perp AE$, να δείξετε ότι: $BZ = \Gamma H$

Μονάδες 12

Θέμα 3^ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} > \hat{\Gamma}$ και $A\Delta$ η διχοτόμος του.

- A.** Δείξτε ότι: $\widehat{A\Delta\Gamma} - \widehat{A\Delta B} = \hat{B} - \hat{\Gamma}$

Μονάδες 12

- B.** Δείξτε ότι: $\widehat{A\Delta B} = 90^\circ - \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2}$ και $\widehat{A\Delta\Gamma} = 90^\circ + \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2}$

Μονάδες 13

Θέμα 4^ο

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $AB > \Gamma\Delta$, $B\Gamma = 4\Gamma\Delta$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

Φέρνουμε τη $\Gamma H \perp AB$ και θεωρούμε τα μέσα E, Z των πλευρών του $A\Delta, B\Gamma$ αντίστοιχως.

Να δείξετε ότι:

- A.** Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο.

Μονάδες 7

- B.** $HB = EZ$

Μονάδες 10

- Γ.** Το τετράπλευρο $EHBZ$ είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Ποιο τετράπλευρο λέγεται παραλληλόγραμμο; Μονάδες 7
- B.** Δείξτε ότι οι απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου είναι ίσες. Μονάδες 10
- Γ.** Συμπληρώστε τις ακόλουθες προτάσεις:
- α.** Σε κάθε παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του
- β.** Αν σε παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του είναι ίσες τότε αυτό είναι.....
- γ.** Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του ισούται
- δ.** Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι Μονάδες 8

Θέμα 2^ο

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ κατά ίσα τμήματα $B\Delta$ και ΓE .

- A.** Δείξτε ότι: το τρίγωνο $A\epsilon\Delta$ είναι ισοσκελές. Μονάδες 12
- B.** Από τα Δ και E φέρνουμε τις καθέτους ΔK και $E\Lambda$ στις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.
Δείξτε ότι: $\Delta K = E\Lambda$. Μονάδες 13

Θέμα 3^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Φέρνουμε την κάθετη στη $B\Gamma$ από το μέσον της M που τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ . Δείξτε ότι:

- A.** Η $B\Delta$ διχοτομεί τη γωνία B . Μονάδες 8
- B.** Η $B\Delta$ είναι μεσοκάθετος της AM . Μονάδες 8
- \Delta.** $A\Delta = \frac{B\Delta}{2}$ Μονάδες 9

Θέμα 4^ο

Έστω παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Στην πλευρά AB παίρνουμε σημείο E και φέρνουμε το κάθετο τμήμα EZ προς τη $B\Gamma$. Στην πλευρά του $\Gamma\Delta$ παίρνουμε τμήμα $\Gamma H = AE$ και φέρνουμε το κάθετο τμήμα $H\Theta$ προς την $A\Delta$.

- A.** Δείξτε ότι $A\epsilon\Gamma H$ είναι παραλληλόγραμμο. Μονάδες 6
- B.** Να συγκρίνετε τα τρίγωνα EBZ και $H\Delta\Theta$. Μονάδες 6
- Γ.** Δείξτε ότι $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο. Μονάδες 7
- \Delta.** Δείξτε ότι: τα παραλληλόγραμμα $AB\Gamma\Delta$, $A\epsilon\Gamma H$ και $EZH\Theta$ έχουν κοινό κέντρο. Μονάδες 6

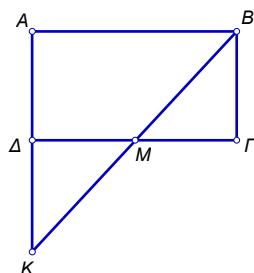
ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να αποδείξετε ότι: η διάμεσος που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας ορθογωνίου τριγώνου προς την υποτείνουσα είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας. Μονάδες 10
- B.** Να δώσετε τον ορισμό του ρόμβου. Μονάδες 5
- Γ.** Να κυκλώσετε το Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) των παρακάτω προτάσεων:
- α.** Στο ισοσκελές τραπέζιο οι διαγώνιοι είναι ίσοι.
- β.** Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από μία τρίτη ευθεία, τότε σχηματίζουν τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες.
- γ.** Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.
- δ.** Δύο αμβλείες γωνίες που έχουν τις πλευρές τους κάθετες είναι παραπληρωματικές.
- ε.** Αν ένα τετράπλευρο έχει 3 γωνίες ορθές είναι ορθογώνιο. Μονάδες 10

Θέμα 2^ο

Θεωρούμε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ (διπλανό σχήμα) και M το μέσο της $\Gamma\Delta$. Αν η BM τέμνει την $A\Delta$ στο K να αποδείξετε ότι:



- A.** τα τρίγωνα $A\Delta M$ και $B\Gamma M$ είναι ίσα
- B.** τα τρίγωνα $MB\Gamma$ και ΔMK είναι ίσα
- Γ.** το Δ είναι μέσο της AK

Μονάδες 10

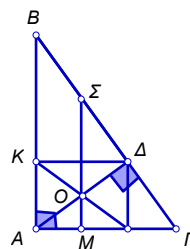
Μονάδες 10

Μονάδες 5

Θέμα 3^ο

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB > A\Gamma$ και $A\Delta$ το ύψος του. Αν K, Λ οι προβολές του Δ στις πλευρές $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:

- A.** το $AK\Delta\Lambda$ είναι ορθογώνιο και $K\Lambda = A\Delta$
- B.** Αν O το σημείο τομής των $K\Lambda, A\Delta$ και Σ το μέσο της $B\Delta$ να αποδείξετε ότι:
- α.** η ΣO είναι παράλληλη της AB
- β.** η ΣO διέρχεται από το μέσο της $A\Lambda$
- γ.** αν M το μέσο της $A\Lambda$, τότε $AB + \Delta\Lambda = 2\Sigma M$



Μονάδες 10

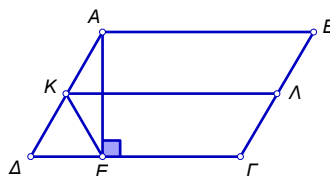
Μονάδες 5

Μονάδες 5

Μονάδες 5

Θέμα 4^ο

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και το ύψος του AE . Αν K, Λ είναι τα μέσα των πλευρών $A\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:



- A.** το τετράπλευρο $K\Lambda\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο
- B.** το τετράπλευρο $K\Lambda\Gamma E$ είναι ισοσκελές τραπέζιο
- Γ.** η $K\Lambda$ είναι διχοτόμος της γωνίας EKA
- Δ.** Αν επιπλέον $\Delta E = \Lambda\Gamma$, να υπολογίσετε τη γωνία ΔAE .

Μονάδες 5

Μονάδες 10

Μονάδες 5

Μονάδες 5