

Κατηγορία Α: Θεωρία - Σωστό ή Λάθος

Εξετάσετε αν τα παρακάτω είναι σωστά ή λανθασμένα.

1. Δύο τρίγωνα με τρία ζεύγη γωνιών ίσα , είναι ίσα Σ Λ
2. Δύο τρίγωνα με τρία ζεύγη πλευρών ανα δύο διαφορετικές ίσα , είναι ίσα Σ Λ
3. Δύο τρίγωνα με δύο ζεύγη πλευρών ίσα και ένα ζεύγος οποιωνδήποτε γωνιών ίσες , είναι ίσα Σ Λ
4. Δύο τρίγωνα με δύο ζεύγη γωνιών ίσα και ένα ζεύγος οποιωνδήποτε πλευρών ίσες , είναι ίσα Σ Λ
5. Δύο ορθογώνια τρίγωνα με υποτείνουσες ίσες , είναι ίσα Σ Λ
6. Κάθε σημείο της διχοτόμου ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας Σ Λ
7. Στο ισοσκελές τρίγωνο η διάμεσος είναι και ύψος Σ Λ
8. Στο ισοσκελές τρίγωνο η μεσοκάθετος είναι και διχοτόμος Σ Λ
9. Οι εντός , εκτός και εναλλάξ γωνίες είναι παραπληρωματικές Σ Λ
10. Οι οξείες γωνίες με πλευρές παράλληλες είναι ίσες Σ Λ
11. Υπάρχει τρίγωνο ορθογώνιο και ισοσκελές , ταυτόχρονα Σ Λ
12. Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου ισούται με την απέναντι εσωτερική γωνία Σ Λ
13. Κάθε τετράπλευρο με δύο απέναντι πλευρές παράλληλες είναι παρ/μο Σ Λ
14. Κάθε παρ/μο με ίσες διαγώνιες είναι ρόμβος Σ Λ
15. Κάθε παρ/μο με κάθετες διαγώνιες είναι ρόμβος Σ Λ
16. Κάθε παρ/μο με ίσες πλευρές είναι ρόμβος Σ Λ
17. Κάθε ορθογώνιο με ίσες διαγώνιες είναι ρόμβος Σ Λ
18. Κάθε ορθογώνιο με κάθετες διαγώνιες είναι τετράγωνο Σ Λ
19. Κάθε ορθογώνιο με ίσες γωνίες είναι ρόμβος Σ Λ
20. Όλες οι γωνίες του ρόμβου είναι οξείες Σ Λ
21. Οι διαγώνιες χωρίζουν το ορθογώνιο σε 4 ίσα ισοσκελή τρίγωνα Σ Λ
22. Οι διαδοχικές γωνίες ενός παρ/μου είναι παραπληρωματικές Σ Λ

Κατηγορία Β: Ασκήσεις

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Προεκτείνουμε τις ίσες πλευρές AB , AG κατά ίσα τμήματα $B\Delta=\Gamma E$. Αν $\Delta K \perp B\Gamma$ και $E\Lambda \perp B\Gamma$ και M μέσο της $B\Gamma$ να δείξετε ότι:
i) $\Delta M=EM$ ii) $\Delta K=E\Lambda$ iii) η ευθεία AM μεσοκάθετος του ΔE .
2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Έστω Δ, E σημεία της $B\Gamma$ τέτοια ώστε $B\Delta=\Delta E=E\Gamma$ και M, P τα μέσα των πλευρών AB , AG αντίστοιχα. Έστω N το σημείο τομής των $M\Delta$ και PE . Να αποδείξετε ότι:
i) $M\Delta=PE$ ii) $\hat{M}\Delta A = \hat{P}E A$ και iii) $MN=PN$
3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma=2AB$ και $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$. Από το μέσον M της $B\Gamma$ φέρουμε κάθετη που τέμνει την AG στο Δ . Να δείξετε ότι :
i) Το τρίγωνο $\Delta B\Gamma$ είναι ισοσκελές ii) $\hat{A}\hat{B}\Delta = \hat{\Gamma}$
iii) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο
4. Έστω τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\Delta\Gamma=2AB$ και $\hat{B} = 3\hat{\Gamma}$. Φέρνουμε $BE \perp \Delta\Gamma$, που τέμνει την AG στο σημείο K και την AE που τέμνει τη $B\Delta$ στο σημείο Λ . Να αποδείξετε ότι:
i) $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ ii) Γ και BE διχοτομούνται iii) $B\Delta=AE$
iv) $B\Delta \perp AE$ v) Λ μέσο της $B\Delta$ και K μέσο της AG vi) $K\Lambda = \frac{\Gamma\Delta}{4}$
5. Σε ένα τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ προεκτείνουμε τη διαγώνιο κατά $\Delta E=B\Delta$. Αν Z είναι το μέσο της $A\Delta$ και το σημείο H είναι η τομή των AE και $\Gamma\Delta$, να αποδείξετε :
i) $\Delta H = \frac{AB}{2}$ ii) $\hat{A}\Delta H = \hat{Z}\Gamma\Delta$ και iii) $\Gamma Z \perp AE$
6. Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$) είναι $\Gamma\Delta = \frac{4}{3} AB$ και σημείο E της AB τέτοιο ώστε $AE = \frac{1}{3} AB$. Αν Z και H είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και ΔE αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:
i) $HZ=AB$ ii) το τετράπλευρο $ABZH$ είναι παραλληλόγραμμο
iii) Αν το $E\Gamma$ τέμνει HZ στο Θ , τότε το τετράπλευρο $AEZ\Theta$ είναι παρ/μο.
7. Από την κορυφή B ενός οξυγώνιου και σκαληνού τριγώνου $\hat{A}B\Gamma$ με $AB < AG$ φέρνουμε ευθεία κάθετη στη διχοτόμο $A\gamma$ της εξωτερικής γωνίας $\hat{X}A\hat{B}$ του τριγώνου $\hat{A}B\Gamma$, η οποία τέμνει τη διχοτόμο αυτή στο σημείο Δ και την

προέκταση της πλευράς ΑΓ στο σημείο Ε . Αν Μ το μέσο της πλευράς ΒΓ να αποδείξετε ότι:

i) Το τρίγωνο $\hat{A}\hat{E}B$ είναι ισοσκελές ii) $\Delta M // GE$ και $\Delta M = \frac{AB + A\Gamma}{2}$

iii) $\hat{B}\hat{\Delta}M = \hat{E} = \frac{\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}}{2}$

8. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB=2B\Gamma$ και $\hat{B} > 90^\circ$. Φέρνουμε τμήμα $AE \perp B\Gamma$ (το Ε βρίσκεται στην προέκταση του ΒΓ) και έστω Ζ το μέσο του ΓΔ και Η το μέσο του ΑΒ. Να δείξετε ότι:

i) Το τετράπλευρο ΗΒΓΖ είναι ρόμβος ii) $HZ=HE=HB$ και

iii) η ΕΖ διχοτομεί τη γωνία $\hat{H}\hat{E}\hat{\Gamma}$

9. Η μεγαλύτερη βάση ενός τραπέζιου ισούται με το άθροισμα των μη παράλληλων πλευρών του. Να αποδείξετε ότι οι διχοτόμοι των γωνιών που πρόσκεινται στη μικρότερη βάση τέμνονται σε σημείο της μεγαλύτερης βάσης .

10. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB=A\Gamma$ και Μ το μέσο της ΒΓ. Η προέκταση της ΑΜ τέμνει τη προέκταση της ΔΓ στο Ε. Να δείξετε ότι:
i) $AM \perp B\Gamma$ ii) $AM=ME$ iii) ΑΒΕΓ ρόμβος iv) Το Γ είναι μέσο του ΔΕ.

11. Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ενός τραπέζιου είναι κορυφές ρόμβου , αν και μόνο αν το τραπέζιο είναι ισοσκελές.

12. Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ και Ε,Ζ τα μέσα των πλευρών ΓΔ και ΒΓ αντίστοιχα. Αν $B\Gamma = \Gamma\Delta = 2AB$ να δείξετε ότι:

i) Το τετράπλευρο ΑΒΕΔ είναι ορθογώνιο.

ii) Το τετράπλευρο ΑΒΓΕ είναι παραλληλόγραμμο.

iii) $\hat{\Gamma} = 60^\circ$

iv) $\Delta Z \perp B\Gamma$

v) Το τετράπλευρο ΑΒΖΕ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

13. Δίνεται το ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 45^\circ$. Έστω ΕΖ η διάμεσος του και ΑΗ το ύψος του . Από το Ζ φέρνουμε παράλληλη στην ΑΔ που τέμνει τη ΓΔ στο Θ. Να δείξετε ότι:

i) Το ΗΘΖΕ είναι ισοσκελές τραπέζιο

ii) $\hat{\Theta}Z\hat{\Gamma} = 90^\circ$

iii) $E\hat{\Delta}H = Z\hat{\Theta}\hat{\Gamma}$

iv) Αν $E\hat{K} \perp \Gamma\Delta$, $Z\hat{\Lambda} \perp \Gamma\Delta$ να δείξετε ότι ΕΖΛΚ είναι ορθογώνιο

v) $EZ + AH = \Gamma\Delta$