

## 3.8 – 3.9

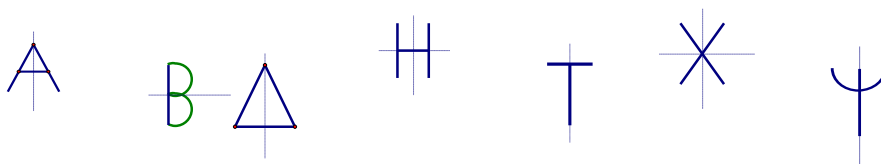
### Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδας 53

#### Ασκήσεις Εμπέδωσης

1.

Να σχεδιάσετε τους άξονες συμμετρίας των γραμμάτων: Α, Β, Δ, Η, Τ, Χ, Ψ

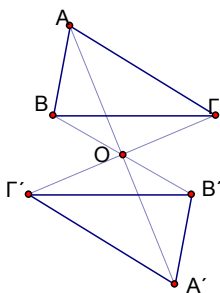
Λύση



2.

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και σημείο  $O$ . Αν  $A', B', \Gamma'$  είναι τα συμμετρικά των  $A, B, \Gamma$  ως προς το κέντρο  $O$  αντίστοιχα, να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$   $A'B'\Gamma'$  είναι συμμετρικά ως προς το  $O$  και ίσα.

Λύση



Κάθε πλευρά του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι συμμετρική αντίστοιχης πλευράς του τριγώνου  $A'B'\Gamma'$  ως προς κέντρο συμμετρίας το  $O$ .

Άρα τα δύο τρίγωνα είναι συμμετρικά .

Είναι  $AB = A'B'$  σαν συμμετρικά ευθ. τμήματα .

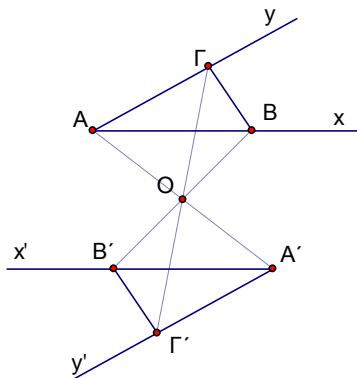
Ομοίως  $B\Gamma = B'\Gamma'$  και  $\Gamma A = \Gamma'A'$

Άρα  $\text{τρ. } AB\Gamma = \text{τρ. } A'B'\Gamma'$

3.

Αν  $x'\hat{A}y'$  είναι η συμμετρική της γωνίας  $x\hat{A}y$ , ως προς κέντρο συμμετρίας ένα σημείο  $O$ , εξωτερικό της  $x\hat{A}y$ , τότε να αποδειχθεί ότι  $x'\hat{A}'y' = x\hat{A}y$ .

Λύση



Θεωρούμε σημείο  $B$  της πλευράς  $Ax$  και σημείο  $\Gamma$  της πλευράς  $Ay$ .

Τα συμμετρικά τους  $B', \Gamma'$ , ως προς κέντρο συμμετρίας  $O$ , θα ανήκουν στις  $A'x', Ay'$  αντίστοιχα.

Είναι  $AB = A'B'$  σαν συμμετρικά ευθ. τμήματα

Ομοίως  $B\Gamma = B'\Gamma'$  και  $\Gamma A = \Gamma'A'$

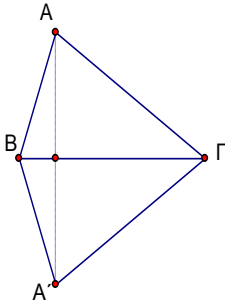
Άρα  $\text{τρ. } AB\Gamma = \text{τρ. } A'B'\Gamma'$

Οπότε  $B\hat{A}\Gamma = B'\hat{A}'\Gamma'$

4.

Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό ενός τριγώνου  $AB\Gamma$ , ως προς την ευθεία  $B\Gamma$ , είναι τρίγωνο ίσο με το  $AB\Gamma$ .

Λύση



$AB = A'B$  σαν συμμετρικά

$A\Gamma = A'\Gamma$  ομοίως

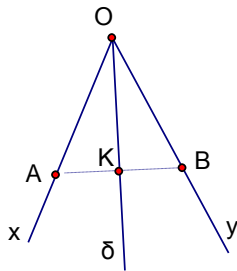
$B\Gamma$  κοινή

Άρα  $\text{τρ. } AB\Gamma = \text{τρ. } A'\Gamma B$

5.

Να αποδείξετε ότι η διχοτόμος μιας γωνίας είναι άξονας συμμετρίας της.

Λύση



Έστω  $x\hat{O}y$  η γωνία και  $O\delta$  η διχοτόμος.

Θεωρούμε τυχαίο σημείο  $A$  της πλευράς  $Ox$ .

Φέρνουμε  $AK \perp O\delta$  και την προεκτείνουμε μέχρι να τμήσει την  $Oy$  σε σημείο  $B$ .

Έτσι, το  $OK$  είναι διχοτόμος και ύψος του τριγώνου  $OAB$  άρα και διάμεσος.

Άρα το  $B$  είναι το συμμετρικό του  $A$  ως προς άξονα συμμετρίας τη διχοτόμο.

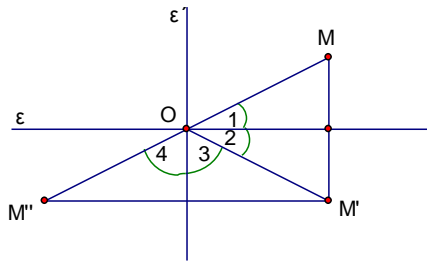
**6.**

Έστω  $\varepsilon, \varepsilon'$  δύο κάθετοι που τέμνονται στο  $O$  και ένα τυχαίο σημείο  $M$ . Αν  $M'$  είναι το συμμετρικό του  $M$  ως προς  $\varepsilon$  και  $M''$  το συμμετρικό του  $M'$  ως προς  $\varepsilon'$ , τότε να αποδείξετε ότι:

i)  $OM = OM''$

ii) τα σημεία  $M, O, M''$  είναι συνευθειακά.

**Λύση**



i)  $OM = OM'$  σαν συμμετρικά  
 $OM' = OM''$  σαν συμμετρικά  
Άρα  $OM = OM''$

ii)  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$  και  $\hat{O}_3 = \hat{O}_4$  από τις  
συμμετρίες, οπότε

$$\begin{aligned}\hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_4 &= \hat{O}_2 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_3 \\ &= 2\hat{O}_2 + 2\hat{O}_3 \\ &= 2(\hat{O}_2 + \hat{O}_3) \\ &= 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ.\end{aligned}$$

Άρα  $MOM''$  ευθεία