

## Επαναληπτικά Θέματα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' Γυμνασίου

### ΘΕΜΑ 1°

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = (2x + 3)^2 - 2(3x - 4)(3x + 4) + (4x - 3)^2 - 40 \quad \text{και} \quad B = x^3 - 7x^2 - 25x + 175$$

I) Να κάνετε τις πράξεις στην παράσταση A με χρήση των αξιοσημείωτων ταυτοτήτων και κατόπιν να γίνει η αναγωγή ομοίων όρων.

II) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση B και να απλοποιήσετε το πηλίκο  $\frac{A}{B} : \frac{3x^2 - 15x + 75}{x^3 + 125}$

### ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται η παράσταση:  $A = (2x + 3y)^2 - 9(y - x)(y + x) - 6x(2y + x - 7)$

I) Να κάνετε τις πράξεις στην παράσταση με χρήση των αξιοσημείωτων ταυτοτήτων και να αποδείξετε ότι  $A = 7x^2 + 42x$

II) Να απλοποιήσετε το πηλίκο  $\frac{A}{x^2 + 7x + 6}$

III) Να λύσετε την εξίσωση  $A = 0$

### ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = \alpha x^3 + (\beta - 1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$  για το οποίο ισχύει  $P(1) = P(-1) = 0$

I) Να υπολογίσετε τις τιμές των  $\alpha$ ,  $\beta$

II) Για  $\alpha = 3$  και  $\beta = 5$

A. να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο  $P(x)$  B. Να λύσετε την εξίσωση  $3x^3 + 4x^2 = 3x + 4$

### ΘΕΜΑ 4°

I) Να κάνετε λύσετε την εξίσωση  $6x^2 - 7x + 2 = 0$  και να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $6x^2 - 7x + 2$

II) Να απλοποιήσετε το κλάσμα  $\frac{4x^2(2x - 3) - 2x + 3}{2x^3 - 7x^2 + 2x}$

III) Να λύσετε την εξίσωση  $\frac{x-1}{3x^2-2x} + \frac{x+1}{2x^2-x} = \frac{-x-1}{x(6x^2-7x+2)}$

### ΘΕΜΑ 5°

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = \frac{x^2}{x+4} + \frac{5x^2 - 16x - 16}{x^2 - 16} \quad \text{και} \quad \Lambda = \frac{xy^2 + 6xy + 9x}{y^2 + 4y + 3} : \frac{\alpha x}{\alpha y + \alpha}$$

I) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση K και τις τιμές του y για τις οποίες ορίζεται η παράσταση Λ.

II) Κάνοντας τις πράξεις και τις απλοποιήσεις να αποδείξετε ότι:  $K = x + 1$  και  $\Lambda = y + 3$

III) Να λύσετε το σύστημα: 
$$\begin{cases} K + \Lambda = 9 \\ \frac{K}{3} + \frac{\Lambda}{2} = 4 \end{cases}$$

**ΘΕΜΑ 6°**

Δίνεται το σύστημα 
$$\begin{cases} \frac{\alpha+1}{3} + \frac{\beta+2}{2} = 0 \\ \frac{2\alpha+1}{5} - \frac{\beta}{4} = 2 \end{cases}$$

I) Να λύσετε το σύστημα

II) Δίνεται η εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon: y = ax + \beta$ , όπου  $(\alpha, \beta)$  η λύση του συστήματος. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B που η ευθεία τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  αντίστοιχα και το εμβαδό του τριγώνου AOB, όπου  $O(0,0)$  η αρχή των αξόνων.

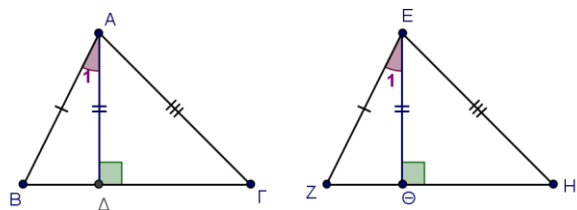
**ΘΕΜΑ 7°**

Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα ABΓ και EZH έχουν  $AB=EZ$ ,  $AG=EH$  και ίσα ύψη  $AD=EO$

I) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες  $\hat{A}_1 = \hat{E}_1$

II) Να αποδείξετε ότι  $\Delta\Gamma = \Theta\text{H}$

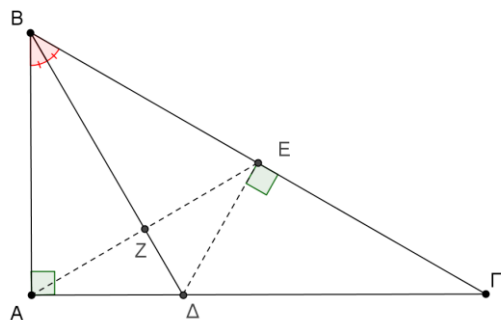
III) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και EZH είναι ίσα.

**ΘΕΜΑ 8°**

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο του διπλανού σχήματος με ΒΔ διχοτόμο της γωνίας Β. Αν  $DE \perp B\Gamma$  (κάθετες)

I) Να αποδείξετε ότι  $AB = BE$ .

II) Να αποδείξετε ότι η ΒΔ είναι κάθετη στην ΑΕ.

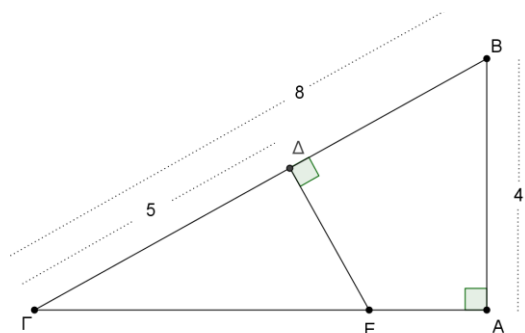
**ΘΕΜΑ 9°**

Στο διπλανό σχήμα είναι  $AB = 4$ ,  $B\Gamma = 8$  και  $\Gamma\Delta = 5$

I) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΓΔΕ είναι όμοια.

II) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών ΓΕ και ΔΕ

III) Να υπολογίσετε την γωνία Β

**ΘΕΜΑ 10°**

I) Για κάθε γωνία  $0^\circ < \omega < 90^\circ$  ή  $90^\circ < \omega < 180^\circ$  να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1 + \varepsilon\varphi^2\omega}$

II) Για τη γωνία  $90^\circ < x < 180^\circ$  με  $\varepsilon\varphi x = -0,75$  να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\eta\mu x$  και  $\sigma\upsilon\nu x$ .